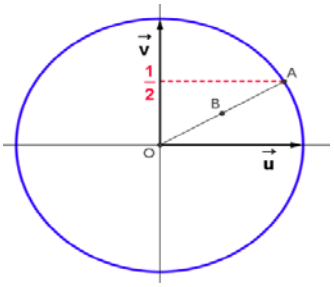
EXERCICE N°1 — 3 points — 15 ' — CONTRÔLE 2012

Répondre par **vrai** ou **faux** à chacune des propositions suivantes en justifiant la réponse.

1°) $\sqrt{2}\ e^{i\frac{\pi}{5}}$ est une racine cinquième de $4\sqrt{2}$.

2°) Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et A est un point du cercle trigonométrique d'ordonnée $\frac{1}{2}$.



Si B est le milieu du segment $[OA]$ alors l'affixe du point B est $\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}i$.

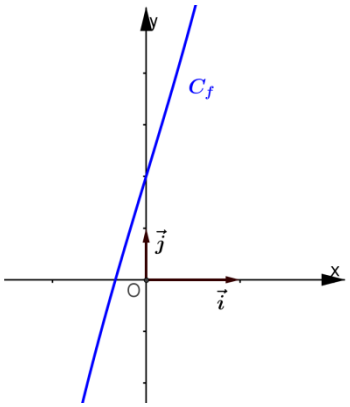
3°) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct.

Si M et N sont les points d'affixes les solutions de l'équation $4z^2-5z-(3+2i)=0$.

alors l'affixe du milieu du segment $[MN]$ est un réel.

EXERCICE N°2 — 6 points — 35 ' — PRINCIPALE 2013

I- Dans la figure ci-contre, on a représenté dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe C_f de la fonction f définie sur IR par $f(x)=x^3+6x+2$.



1°) Justifier que l'équation $x^3+6x+2=0$ admet dans IR une solution unique α.

2°) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

II- On se propose dans cette partie de déterminer la valeur exacte de α.

1°) On considère dans $\mathbb{C}$ les équations $(E_1): z^3=2$ et $(E_2): z^3=-4$.

a) Justifier que les solutions de (E_1) sont $a_1=\sqrt[3]{2}$, $a_2=\sqrt[3]{2}\ e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $a_3=\sqrt[3]{2}\ e^{i\left(\frac{-2\pi}{3}\right)}$.

b) Justifier que les solutions de (E_2) sont $b_1=-\sqrt[3]{4}$, $b_2=\sqrt[3]{4}\ e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $b_3=\sqrt[3]{4}\ e^{i\left(\frac{-\pi}{3}\right)}$.

c) Vérifier que $a_1b_1=a_2b_2=a_3b_3=-2$.

2°) Soient a et b deux nombres complexes vérifiant $a^3+b^3=-2$ et $ab=-2$.

a) Vérifier que $(a+b)^3=-2-6(a+b)$.

b) En déduire que $a+b$ est une solution de l'équation $z^3+6z+2=0$.

3°) Déduire les solutions de l'équation $z^3+6z+2=0$.

4°) Conclure.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com